

구조색 설계를 위한 2차원 광구조 수치해석

Numerical analysis of 2D photonic structures for design of structural color

김 봉 관(Bong-Gwan Kim)

School of Earth and Environmental Sciences
Seoul National University
bongan@snu.ac.kr

요 약

본 연구에서는 광구조를 효과적으로 설계하기 위하여 맥스웰 방정식을 기반으로 단순한 2차원 광구조에 대한 수치해석을 진행하였다. 개발된 수치해석방법의 타당성을 검증하기 위해 기존의 문헌결과를 바탕으로 비교/평가하였으며, 유사한 결과가 도출됨을 확인하였다. 2차원 광구조 모델에서의 광자띠간격과 이에 따른 최적 체적비를 도출하였으며, 유전율에 따른 광자 띠간격의 특성을 파악하였다.

키워드: 수치해석, 광구조 해석, 광자 띠간격, 맥스웰 방정식

Abstract

In this study, numerical analysis about a simple two-dimensional(2D) photonic structure were carried out based on the Maxwell equation for effective design of photonic structures. A result of the developed numerical analysis was compared with the previous analysis result for the validity and it showed the similar result. Photonic band gap in a 2D photonic structure was simulated according to volume fraction, so the optimal volume fraction was investigated. Also, the characteristic of photonic band gap was evaluated by the dielectric constant.

Key words: Proxy signature, ID-based Partially Blind Signature scheme, Proxy Partially Blind Signature scheme, Gap Diffie-Hellman Problem, Bilinear-pairing

I. 서론

색(色)이라는 것은 감각 주체의 색각으로 느낀 빛의 주파수(또는 파장)의 차이에 따라 다르게 느끼는 색상들을 말한다. 사람들이 주로 느끼는 색상은 빨강(700nm, 430THz)부터 자주색(400nm, 750THz)까지 분포하며 사람마다 조금씩 다르게 느끼기도 한다. 물체의 색상은 우리가 그 물체에서 우리 눈으로

향하는 빛을 감지하여 느끼게 된다. 광원에서 나온 빛이 물체에 반사되거나 물체를 투과할 때 그 물체의 특유한 스펙트럼 특성에 의해서 변화를 받게 된다. 일반적으로 이러한 색상은 색소(pigment)에 의해 발현되게 되며, 색소는 파장에 따라 빛을 흡수하거나 반사하여 색을 내는 화학물질을 말한다. 오랫동안 색상을 표현하기 위한 방법으로 널리 쓰여왔으며, 바라보는 각도가 바뀌어도 색이 변하지 않는다.

그러나 최근 들어서는 이러한 색소를 통한 색상표현에서 벗어나 구조색(structural color)에 대한 관심이 커지고 있다[1][2][3]. 이러한 구조색은 특정 구조(광구조)에 의해 반사된 빛들이 서로 간섭을 일으켜 일부 파장이 사라지거나 증폭되어 나타나는 색을 말한다. 이러한 물체는 보는 방향에 따라 색상이 다양하게 또는 미세하게 변한다. 자연계에서는 공작새의 깃털, 전복 껍데기의 안쪽 면, 오팔(보석) 등에서 관찰할 수 있다[4][5]. 바라보는 방향에 따라 색이 변하기 때문에 환상적인 느낌을 줄 수 있으며, 반사되는 빛의 양이 많아서 밝고 화사한 색을 표현할 수 있다. 이러한 이유로 인하여 인공적으로 표현하려는 시도

가 이루어지고 있으나, 일반적으로 광구조는 마이크로/나노 3차원 구조로 이루어져 있기 때문에 이를 예측하고 모사품 제작하는데 어려움이 따르고 있다.

본 연구에서는 기초적인 접근으로써 이상적인 광구조인 광결정에 대하여 2차원으로 이론적인 해석을 하였다. 일차적인 목표는 광결정 내부에 특정 파장의 빛이 존재할 수 없음을 나타내는 광자 띠틈격(photonic band gap)을 찾아내는 것이다. 물질 내에서 존재할 수 없는 파장의 빛은 반사되어 나올 것이고 이 빛이 광결정의 색을 결정하게 되기 때문에, 이를 통해 광구조에 따른 색상을 예측할 수 있으리라 사료된다.

II. 광구조해석

2.1. 지배방정식

공간상에 진행하는 전자기파는 다음의 맥스웰 방정식을 만족시킨다.

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) &= 0 \\ \nabla \cdot \mathbf{D}(\mathbf{r}, t) &= \rho \\ \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) - \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{D}(\mathbf{r}, t) &= \mathbf{J}\end{aligned}$$

\mathbf{E} & \mathbf{H} : macroscopic electric and magnetic fields

\mathbf{D} & \mathbf{B} : electric displacement and magnetic induction fields

ρ & \mathbf{J} : free charges and currents

여기에 아래와 같은 제한조건을 적용하면,

Dielectric medium, no source of light : $\rho = \mathbf{J} = 0$

Field strengths are small
material is macroscopic and isotropic
ignore any explicit frequency dependence
on low-loss dielectrics (no absorption)

$$\left. \begin{array}{l} \text{Field strengths are small} \\ \text{material is macroscopic and isotropic} \\ \text{ignore any explicit frequency dependence} \\ \text{on low-loss dielectrics (no absorption)} \end{array} \right\} : \mathbf{D}(\mathbf{r}) = \epsilon_0 \epsilon(\mathbf{r}) \mathbf{E}(\mathbf{r})$$

+ magnetic permeability is very close to unity : $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$

맥스웰 방정식을 아래와 같이 간단한 형태로 변경할 수 있다.

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{H}(\mathbf{r}) &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) + i\omega\mu_0\mathbf{H}(\mathbf{r}) &= 0 \\ \nabla \cdot \varepsilon(\mathbf{r})\mathbf{E}(\mathbf{r}) &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) - i\omega\varepsilon_0\varepsilon(\mathbf{r})\mathbf{E}(\mathbf{r}) &= 0 \end{aligned}$$

이 중 두 번째, 네 번째 식을 연립하여 각각 하나의 변수로 정리하면 다음의 두 식을 얻게 된다.

$$\begin{aligned} \mathbf{L}_E \mathbf{E}(\mathbf{r}) &\equiv \frac{1}{\varepsilon(\mathbf{r})} \nabla \times \{ \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) \} = \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{E}(\mathbf{r}) \\ \mathbf{L}_H \mathbf{H}(\mathbf{r}) &\equiv \nabla \times \left\{ \frac{1}{\varepsilon(\mathbf{r})} \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) \right\} = \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{H}(\mathbf{r}) \end{aligned} \quad \text{where } c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} \quad \text{식(2-1)}$$

광결정 구조의 유전율 함수는 공간상에 주기적이기 때문에 고유함수 (eigenfunction) 전개로 표현할 수 있다. 여기에 Bloch's theorem 을 적용하면 전기장과 자기장도 마찬가지로 전개가 가능하다.

$$\begin{aligned} \frac{1}{\varepsilon(\mathbf{r})} &= \sum_{\mathbf{G}} \kappa(\mathbf{G}) \exp(i\mathbf{G} \cdot \mathbf{r}) \\ \mathbf{E}(\mathbf{r}) &= \sum_{\mathbf{G}} \mathbf{E}_{\mathbf{k}n}(\mathbf{G}) \exp\{i(\mathbf{k} + \mathbf{G}) \cdot \mathbf{r}\} \\ \mathbf{H}(\mathbf{r}) &= \sum_{\mathbf{G}} \mathbf{H}_{\mathbf{k}n}(\mathbf{G}) \exp\{i(\mathbf{k} + \mathbf{G}) \cdot \mathbf{r}\} \end{aligned}$$

이렇게 전개된 식을 미분방정식인 (2-1)식에 대입하면 아래와 같은 단순한 벡터 방정식의 집합을 얻으며, 벡터에 대한 고유치 문제로서 행렬식으로 변환하면 비교적 간단하게 풀 수 있다.

$$\begin{aligned} -\sum_{\mathbf{G}'} \kappa(\mathbf{G} - \mathbf{G}') (\mathbf{k} + \mathbf{G}') \times \{ (\mathbf{k} + \mathbf{G}') \times \mathbf{E}_{\mathbf{k}n}(\mathbf{G}') \} &= \frac{\omega_{\mathbf{k}n}^2}{c^2} \mathbf{E}_{\mathbf{k}n}(\mathbf{G}) \\ -\sum_{\mathbf{G}'} \kappa(\mathbf{G} - \mathbf{G}') (\mathbf{k} + \mathbf{G}') \times \{ (\mathbf{k} + \mathbf{G}') \times \mathbf{H}_{\mathbf{k}n}(\mathbf{G}') \} &= \frac{\omega_{\mathbf{k}n}^2}{c^2} \mathbf{H}_{\mathbf{k}n}(\mathbf{G}) \end{aligned}$$

2.2. 광결정 2차원 문제

광결정의 주기적인 구조가 두 방향으로 반복되고 한 축의 방향으로서는 균일한 형태인 것을 2차원 광결정이라 한다. 2차원 구조에 대한 해석은 실제 상황과 다르기 때문에 향후 3차원 구조의 현상에 대한 완벽한 예측 결과 나타낼 수 없다. 하지만 2차원 해석을 바탕으로 3차원 문제에서 고려해야 할 대략적인 요소들을 미리 알아봄으로써 3차원 해석을 위한 기초로 삼을 수 있다는 기대를 바탕으로 연구를 진행하였다.

2차원 문제에서 진행하는 빛은 전기장 편극(E-polarization)과 자기장 편극(H-polarization)의 조합으로

나타낼 수 있기 때문에, 각각의 편극된 빛에 대해서 해석을 진행하였다.

전기장 편극은 평면에 수직한 방향의 전기장 성분을 가진 빛으로 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= E_z(x, y)e^{-i\omega t} \hat{\mathbf{k}} \\ \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) &= H_x(x, y)e^{-i\omega t} \hat{\mathbf{i}} + H_y(x, y)e^{-i\omega t} \hat{\mathbf{j}}\end{aligned}$$

이 빛을 지배 방정식에 대입하면 다음과 같이 하나의 전기장 성분에 대한 식이 된다.

$$\sum_{\mathbf{G}'} \kappa(\mathbf{G} - \mathbf{G}') |\mathbf{k} + \mathbf{G}'|^2 E_{z, \mathbf{k}n}(\mathbf{G}') = \frac{\omega_{\mathbf{k}n}^{(E)2}}{c^2} E_{z, \mathbf{k}n}(\mathbf{G})$$

위 식에서 좌변은 \mathbf{G} 벡터에 대해 무한함으로 나타난다. N 개의 \mathbf{G} 벡터에 대한 전기장 성분들을 다음과 같이 벡터로 정의하면,

$$\{E\} \equiv \left\{ E_{z, \mathbf{k}n}(\mathbf{G}_1) \quad E_{z, \mathbf{k}n}(\mathbf{G}_2) \quad \text{L} \quad E_{z, \mathbf{k}n}(\mathbf{G}_N) \right\}^T$$

다음과 같은 행렬의 고유치 문제가 된다.

$$\begin{bmatrix} \kappa(\mathbf{G}_1 - \mathbf{G}_1) |\mathbf{k} + \mathbf{G}_1|^2 & \kappa(\mathbf{G}_1 - \mathbf{G}_2) |\mathbf{k} + \mathbf{G}_2|^2 & \text{L} & \kappa(\mathbf{G}_1 - \mathbf{G}_N) |\mathbf{k} + \mathbf{G}_N|^2 \\ \kappa(\mathbf{G}_2 - \mathbf{G}_1) |\mathbf{k} + \mathbf{G}_1|^2 & \kappa(\mathbf{G}_2 - \mathbf{G}_2) |\mathbf{k} + \mathbf{G}_2|^2 & \text{L} & \kappa(\mathbf{G}_2 - \mathbf{G}_N) |\mathbf{k} + \mathbf{G}_N|^2 \\ \text{M} & \text{M} & \text{O} & \text{M} \\ \kappa(\mathbf{G}_N - \mathbf{G}_1) |\mathbf{k} + \mathbf{G}_1|^2 & \kappa(\mathbf{G}_N - \mathbf{G}_2) |\mathbf{k} + \mathbf{G}_2|^2 & \text{L} & \kappa(\mathbf{G}_N - \mathbf{G}_N) |\mathbf{k} + \mathbf{G}_N|^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_{z, \mathbf{k}n}(\mathbf{G}_1) \\ E_{z, \mathbf{k}n}(\mathbf{G}_2) \\ \text{M} \\ E_{z, \mathbf{k}n}(\mathbf{G}_N) \end{Bmatrix} = \frac{\omega_{\mathbf{k}n}^{(E)2}}{c^2} \begin{Bmatrix} E_{z, \mathbf{k}n}(\mathbf{G}_1) \\ E_{z, \mathbf{k}n}(\mathbf{G}_2) \\ \text{M} \\ E_{z, \mathbf{k}n}(\mathbf{G}_N) \end{Bmatrix}$$

자기장 편극은 평면에 수직한 방향의 자기장 성분을 가진 빛으로 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) &= H_z(x, y)e^{-i\omega t} \hat{\mathbf{k}} \\ \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= E_x(x, y)e^{-i\omega t} \hat{\mathbf{i}} + E_y(x, y)e^{-i\omega t} \hat{\mathbf{j}}\end{aligned}$$

이 빛을 지배 방정식에 대입하면 다음과 같이 하나의 전기장 성분에 대한 식이 된다.

$$\sum_{\mathbf{G}'} \kappa(\mathbf{G} - \mathbf{G}') (\mathbf{k} + \mathbf{G}) \cdot (\mathbf{k} + \mathbf{G}') H_{z, \mathbf{k}n}(\mathbf{G}') = \frac{\omega_{\mathbf{k}n}^{(H)2}}{c^2} H_{z, \mathbf{k}n}(\mathbf{G})$$

전기장 편극 문제에서와 마찬가지로 자기장 성분들을 벡터로 정의하면

$$\{H\} \equiv \left\{ H_{z, \mathbf{k}n}(\mathbf{G}_1) \quad H_{z, \mathbf{k}n}(\mathbf{G}_2) \quad \text{L} \quad H_{z, \mathbf{k}n}(\mathbf{G}_N) \right\}^T$$

다음과 같이 행렬의 고유치 문제가 된다.

$$\begin{bmatrix} \kappa(\mathbf{G}_1 - \mathbf{G}_1)(\mathbf{k} + \mathbf{G}_1) \cdot (\mathbf{k} + \mathbf{G}_1) & L & \kappa(\mathbf{G}_1 - \mathbf{G}_N)(\mathbf{k} + \mathbf{G}_1) \cdot (\mathbf{k} + \mathbf{G}_N) \\ M & O & M \\ \kappa(\mathbf{G}_N - \mathbf{G}_1)(\mathbf{k} + \mathbf{G}_N) \cdot (\mathbf{k} + \mathbf{G}_1) & L & \kappa(\mathbf{G}_N - \mathbf{G}_N)(\mathbf{k} + \mathbf{G}_N) \cdot (\mathbf{k} + \mathbf{G}_N) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} H_{z, \mathbf{k}n}(\mathbf{G}_1) \\ M \\ H_{z, \mathbf{k}n}(\mathbf{G}_N) \end{Bmatrix} = \frac{\omega_{\mathbf{k}n}^{(H)2}}{c^2} \begin{Bmatrix} H_{z, \mathbf{k}n}(\mathbf{G}_1) \\ M \\ H_{z, \mathbf{k}n}(\mathbf{G}_N) \end{Bmatrix}$$

상기에서 구한 행렬들의 각 성분들을 계산하기 위해서 파동 벡터(wave vector, \mathbf{k})와 상반 격자 벡터(reciprocal lattice vector, \mathbf{G})는 임의로 정하면 되지만, 유전율의 전개 계수인 κ 를 계산해야 한다.

$$\frac{1}{\varepsilon(\mathbf{r})} = \sum_{\mathbf{G}} \kappa(\mathbf{G}) \exp(i\mathbf{G} \cdot \mathbf{r}) \quad \text{식(2-2)}$$

Fig.1과 같은 주기적인 구조에서 유전율의 함수는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{1}{\varepsilon(\mathbf{r})} = \frac{1}{\varepsilon_b} + \left(\frac{1}{\varepsilon_a} - \frac{1}{\varepsilon_b} \right) S(r), \quad \text{where } S(r) = \begin{cases} 1 & \text{for } |\mathbf{r}| \leq r_a \\ 0 & \text{for } |\mathbf{r}| > r_a \end{cases}$$

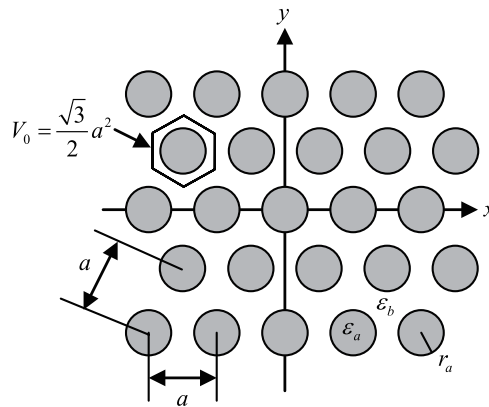


Fig. 1. 2D simple structure for photonic analysis

식(2-2)의 양변에 $\exp(-i\mathbf{G} \cdot \mathbf{r})$ 을 곱하고 단위 면적에 대해 적분하면 고유함수의 성질에 의해 우변에는 곱해진 \mathbf{G} 벡터 외에는 모두 사라지고 $\kappa(\mathbf{G})$ 만 남아서 좌변을 계산하면 κ 의 값을 구할 수 있다. 이를 수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \kappa(\mathbf{G}) &= \frac{1}{V_0} \int_{V_0} d\mathbf{r} \frac{1}{\varepsilon(\mathbf{r})} \exp(-i\mathbf{G} \cdot \mathbf{r}) \\ &= \frac{1}{\varepsilon_b} \delta_{\mathbf{G}0} + \frac{1}{V_0} \left(\frac{1}{\varepsilon_a} - \frac{1}{\varepsilon_b} \right) \int_{V_0} d\mathbf{r} S(r) \exp(-i\mathbf{G} \cdot \mathbf{r}) \end{aligned}$$

우변의 적분을 계산하기 위해서 원통형 좌표계(r, φ)를 도입한 후 G 벡터의 방향을 $\varphi=0$ 의 방향으로 정의한다. G 벡터가 영벡터일 경우 간단히 적분값은 V_0 가 된다. 또한 G 벡터가 영벡터가 아닐 경우에는 다음과 같은 전개를 통해 베셀함수의 배수가 됨을 알 수 있다.

$$\begin{aligned}
 & \int_{V_0} d\mathbf{r} S(r) \exp(-i\mathbf{G} \cdot \mathbf{r}) \\
 &= \int_0^{r_a} dr \int_0^{2\pi} d\varphi r \exp\left\{iGr \sin\left(\varphi - \frac{\pi}{2}\right)\right\} \\
 &= \int_0^{r_a} dr \int_0^{2\pi} d\varphi r \sum_{l=-\infty}^{\infty} J_l(Gr) \exp\left\{il\left(\varphi - \frac{\pi}{2}\right)\right\} \\
 &= 2\pi \int_0^{r_a} dr r J_0(Gr) \\
 &= 2\pi \int_0^{Gr_a} \frac{d\omega}{G} \frac{\omega}{G} J_0(\omega) \quad (\omega = Gr) \\
 &= \frac{2\pi r_a}{G} J_1(Gr_a)
 \end{aligned}$$

따라서 κ 의 값을 계산해 낼 수 있고, 고유치 문제의 행렬들은 다음과 같이 표현된다.

$$\kappa(\mathbf{G}) = \begin{cases} \frac{f}{\varepsilon_a} + \frac{1-f}{\varepsilon_b}, & \text{if } \mathbf{G} = \mathbf{0} \\ 2f \left(\frac{1}{\varepsilon_a} - \frac{1}{\varepsilon_b} \right) \frac{J_1(Gr_a)}{Gr_a}, & \text{if } \mathbf{G} \neq \mathbf{0} \end{cases} \quad \left(f = \frac{\pi r_a^2}{V_0} \right)$$

$$[K^E] \{E\} = \frac{\omega_{kn}^{(E)2}}{c^2} \{E\} \quad , \text{where } K_{IJ}^E = \kappa(\mathbf{G}_I - \mathbf{G}_J) |\mathbf{k} + \mathbf{G}_J|^2$$

$$[K^E] \{E\} = \frac{\omega_{kn}^{(E)2}}{c^2} \{E\} \quad , \text{where } K_{IJ}^E = \kappa(\mathbf{G}_I - \mathbf{G}_J) |\mathbf{k} + \mathbf{G}_J|^2$$

2.3. 수치해석

행렬을 구하기 위한 수식들이 모두 정해졌으므로 행렬을 계산할 수 있다. 수식에서 정확도를 결정하는 요소는 몇 개의 G 벡터에 대한 합을 무한합으로 근사 하는가 이다. 이는 컴퓨터의 성능과 계산 시간, 결과의 중요도와 관련이 있겠으나 본 연구에서는 문헌의 값을 참고하는 것으로 하였다. 더욱 간결하게 결과를 이해하기 위해서 무차원화를 통해 변수의 개수를 줄일 수 있다. 양 변에 $(a/2\pi)^2$ 를 곱하면 우변의 고유치를 $\omega' = \omega a / 2\pi c$ 으로 치환할 수 있고, 좌변에서 κ 는 r_a/a , ε_a , ε_b , G 의 함수가 된다. 결국 2차원 광결정의 특성을 관찰하기 위해 변화시킬 값들로는 ε_a (원통 내부의 유전율), ε_b (원통 외부의 유전율), r_a/a (원통의 반지름/공간상 주기) 의 세 가지로 압축된다. 위의 행렬에 관한 고유치 문제를 컴퓨터 프로그램화 하여 수치해

석을 수행하였다. 수치해석의 타당성을 확보하기 위해 기존문헌 Plihal et. al. [6]과 비교하였으며, 아래와 같은 결과를 얻었다.

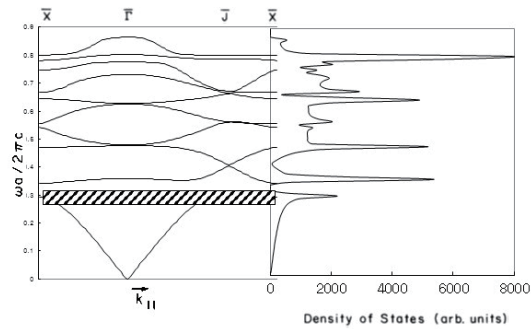


Fig 2, Result of numerical analysis (H-polarization, $\epsilon_a=14$, $\epsilon_b=1$, $f=0.431(r_a/a=0.34469)$, Number of G=256, Number of k=9603)

그래프의 좌측 부분은 앞서 기술한 2차원 광결정에서 각 파동벡터 방향으로 존재 가능한 빛을 나타낸 것이고 그 중 빛금 친 부분이 간극으로서 해당하는 주파수대의 빛이 광결정 내부에 존재할 수 없음을 보여준다. 또한 우측 부분은 각 주파수대에서 빛이 광결정 내에 존재할 수 있는 가능성을 수평 축에 표시한 것으로, 모든 방향으로 관찰했을 때 0의 값 근처(왼쪽 끝)에 표시된 주파수대가 이 광결정에서 존재하기 어려운 빛임을 말해준다.

따라서 우리가 위에 표시된 설계사양대로 구조를 만들었을 경우, 외부에서 발생한 빛이 광결정에 입사하였을 때 광결정 내에 존재할 수 없는 빛 - 빛금 친 주파수대의 빛- 이 반사되어 나와 우리 눈으로 들어오게 되며 그 것을 색상으로 인식하게 되는 것이다.

기존문헌의 결과와 비교해 보면 정확도성에 영향을 끼치는 조건만 서로 다르고 나머지는 일치시켜서 계산했을 때에 거의 일치하는 결과가 나오는 것을 알 수 있다. 즉, 문헌결과와 일치함을 확인함으로써 본 연구에서 수행한 수치해석의 타당성을 검증하였다.

III. 광자 띠 간격 (photonic band gap)

3.1. 최적 체적비와 그에 따른 광자 띠 간격

쉽게 생각할 수 있는 광결정 구조로는, 한 가지 재료로 구조를 만들고 남은 공간을 공기인 채로 두는 것을 생각할 수 있다. 공기의 유전율은 1이기 때문에 위에서 표현한 이론에서 $\epsilon_b=1$ 로 고정한다. 그리고 체적비(f)를 변화시켜 가면서 광자 띠간격을 조사하여 가장 넓은 광자 띠간격을 나타내는 값을 최적 체적비로 정의한다. 자연계의 각 재료들은 유전율이 다르기 때문에 유전율(ϵ_a)을 변화시켜 가면서 최적 체적비를 계산한 후 Fig.3과 Fig.4와 같이 TE모드와 TM모드로 출력하였다. 좌측의 축을 기준으로 최적 체적비를 표시하였고, 우측의 축을 기준으로 각 최적 체적비에서의 광자 띠간격 너비를 표시하였다. 3차원 구조체에서는 광자 띠간격이 넓을수록 많은 빛을 반사하여 밝은 색을 나타낼 수 있음을 의미한다.

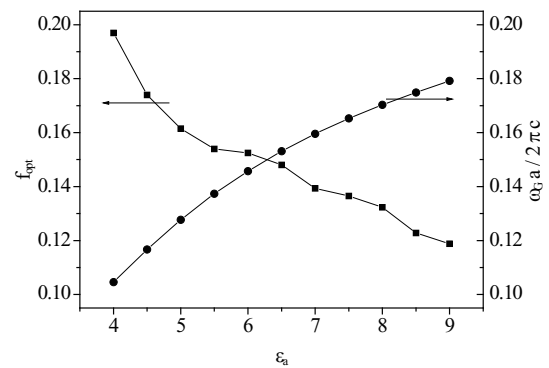


Fig 3, Optimal volume fraction and maximum band gap width when $\epsilon_b=1$, TE mode

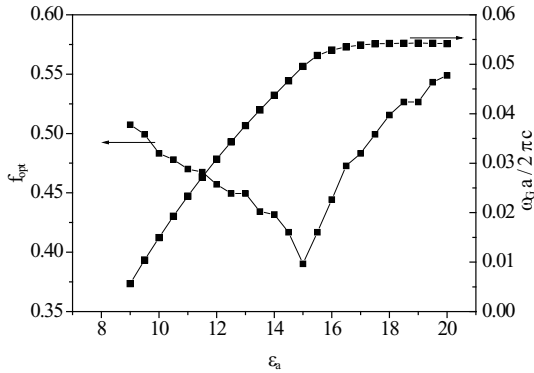


Fig 4. Optimal volume fraction and maximum band gap width when $\epsilon_b=1$, TM mode

3.2. 고정 유전율에서의 광자 띠틈간격

Fig.5는 두 물질의 유전율을 고정($\epsilon_a=9$, $\epsilon_b=1$)시킨 상태에서 체적비 ($f = (2\pi/\sqrt{3})(r_a/a)^2$) 값을 변화시켰을 때, 광자 띠틈간격의 변화를 표시한 그래프이다. 만약 아래의 두 영역이 교차하여 TE 모드와 TM 모드의 빛 모두에 해당하는 광자 띠틈간격이 형성된다면 이 물체는 2차원의 빛에 대해서는 어떤 방향으로 진동하는 빛에 대해서도 특정 주파수의 빛을 반사하는 완전한 광자 띠틈간격을 갖게 된다.

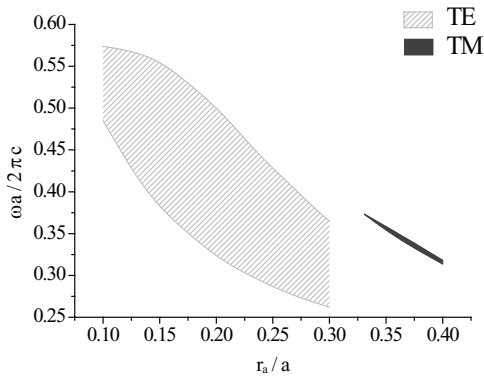


Fig 5. Photonic band gap when $\epsilon_a=9$, $\epsilon_b=1$

3.3. 고정 유전율에서의 광자 띠틈간격

Fig.6과 Fig.7은 $\epsilon_b=1$ 로 고정시킨 채 각 ϵ_a 값에 대해서 광자 띠틈간격의 너비를 체적비에 대하여 표시하였다. 위에서 조사한 바와 같이 최적 체적비에 해당하는 길이비(r_a/a)에서 최대 너비의 광자 띠틈간격

이 나타나는 것을 알 수 있다. 또한, 광결정 제조 공정을 설계할 때 원하는 광자 띠틈간격을 오차 범위 내로 얻을 수 있는 체적비의 허용 구간을 이 그래프를 통해 알 수 있을 것이다.

최적 체적비에서 광자 띠틈간격이 가장 넓다는 것은 반사되는 빛이 밝은 색을 나타내게 된다는 의미를 가지고 있다. 따라서 최적 체적비로 제작된 광구조는 더욱 화려한 색을 갖게 될 것을 예측할 수 있다.

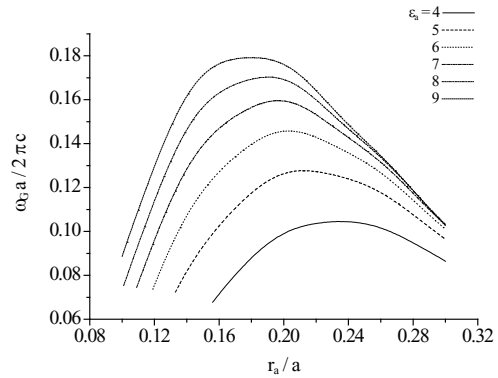


Fig 6. Photonic band gap width when $\epsilon_b=1$, TE mode

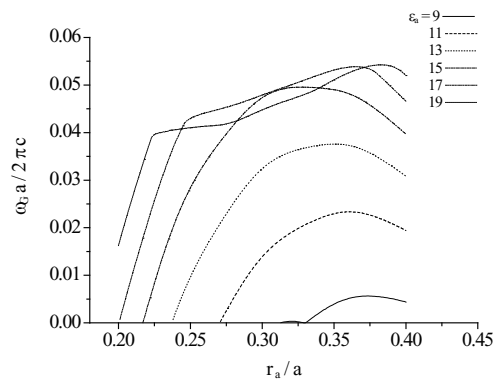


Fig 6. Photonic band gap width when $\epsilon_b=1$, TM mode

IV. 결론

본 연구에서는 2차원 광결정의 2차원 빛에 대한 광자 띠틈간격을 해석하였다. 해석결과에 따르면 동일 재료로 광결정을 만들었을 때에도 결정 구조의 단위 세포에서 체적비에 따라 넓은 주파수대역의 빛을 반사해 내는 우수한 성질의 최적 체적비의 광결정

있다는 것을 알 수 있었다. 현재는 2차원 형상의 기둥 바깥(eb)을 공기로 고정 시킨 채 해석을 하였지만 기둥 내부(ea)를 공기로 고정시키고 바깥 부분의 재료를 변화시키면서 해석을 수행하면 다른 형태의 결과를 얻을 수 있다. 이 결과는 구조색을 위한 구조를 어떻게 설계할 것인가에 대한 가이드라인을 제시할 수 있을 것이다. 그러나 현재의 2차원 구조에 대한 해석으로는 실제로 일어나는 현상인 비스듬히 입사, 반사하는 빛에 대한 현상이나 다층구조에 의한 현상을 설명할 수 없다. 따라서 이와 같은 3차원 현상에 대한 해석을 추후 수행한다면, 정확한 예측을 통해 광결정 구조의 설계변수 결정에 도움을 줄 것으로 예상된다.

참고 문헌

- [1] Gu, Zhong-Ze, et al. "Structural color and the lotus effect." *Angewandte Chemie International Edition* 42,8 (2003): 894–897.
- [2] Sato, Osamu, Shoichi Kubo, and Zhong-Ze Gu. "Structural color films with lotus effects, superhydrophilicity, and tunable stop-bands." *Accounts of chemical research* 42,1 (2008): 1–10.
- [3] Zhao, Yuanjin, et al. "Bio-inspired variable structural color materials." *Chemical Society Reviews* 41,8 (2012): 3297–3317.
- [4] Northcott, Paul A., et al. "Subgroup-specific structural variation across 1,000 medulloblastoma genomes." *Nature* 488,7409 (2012): 49–56.
- [5] Parker, Andrew R., et al. "Structural colour: opal analogue discovered in a weevil." *Nature* 426,6968 (2003): 786–787.
- [6] Plihal, M., and A. A. Maradudin. "Photonic band structure of two-dimensional systems: The triangular lattice." *Physical Review B* 44,16 (1991): 8565.